19 FEBBRAIO 2009

LIMITI NOTEVOLI

Ricordiamo le forme di indecisione:

$$\frac{\infty}{\infty} \qquad 0 \cdot \infty \qquad +\infty - \infty$$

$$\frac{0}{0}$$

$$1^{\infty} \qquad 0^{0} \qquad \infty^{0}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

misura di x
in radianti

per la dimostrazione vedi il testo a pag 64

se la misura di x è in gradi il limite vale π/180

vediamo, usando un foglio di calcolo,
quali valori assume il rapporto senx/x

limite senx su x.xls

FORME DERIVATE

$$\lim_{f(x)\to 0} \frac{\sin f(x)}{f(x)} = 1$$

Es $\lim_{x\to 3} \frac{\sin(x-3)}{x-3} = 1$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1$$

e vediamo se è vero che:

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x} = 1 \quad 0$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

verifica che lim tgx/x = 1 per x
tendente a 0

$$\lim_{x \to 0} \left[\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \right] \cdot \frac{1}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} \cdot \frac{1}{\text{[illegible]}}$$

$$= 1$$

procediamo alla verifica

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x} \overset{?}{=} 1 \quad \text{NO}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x} \cdot \frac{1+\cos x}{1+\cos x} = \lim_{x \to 0} \frac{\overbrace{\sin x}^{=1} \, \overbrace{\sin x}^{0}}{x \, (\underbrace{1+\cos x}_{=2})}$$

$$= 0$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 x}{x} = \lim_{x \to 0} \underbrace{\frac{\sin x}{x}}_{=1} \cdot \underbrace{\sin x}_{=0} = 0$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{-\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} = -1$$

altri esempi di limiti calcolati con le forme deivate

in questa pagina potete trovare
chiarimenti ed esempi ed esercizi

http://progettomatematica.dm.unibo.it/Limiti/tuttapagina6.htm